

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

11 февраля 2016 года

Вариант МА00309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

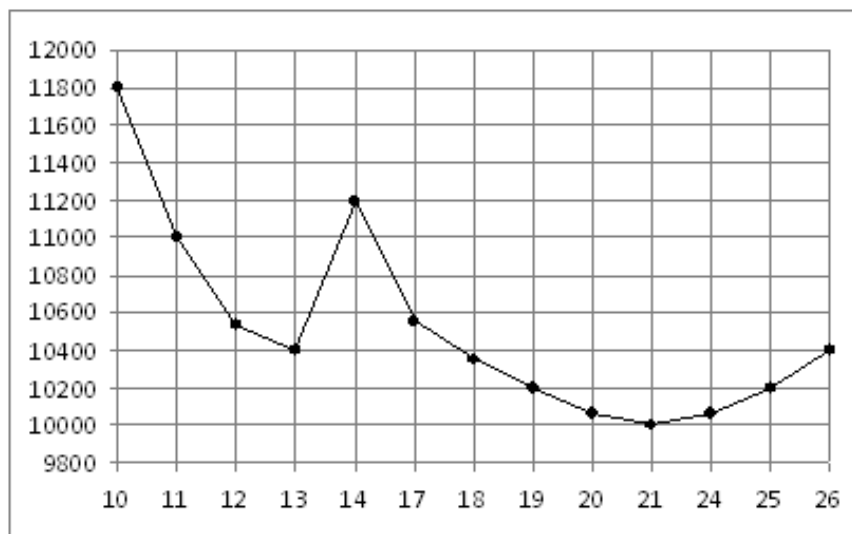
**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** На счету Ленинского мобильного телефона было 56 рублей, а после разговора с Мишей осталось 14 рублей. Сколько минут длился разговор с Мишей, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек?

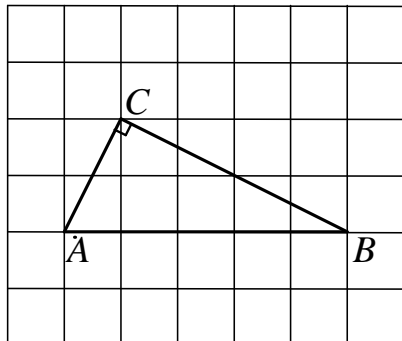
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена никеля на момент закрытия торгов была больше 10 800 долларов США за тонну.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник  $ABC$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

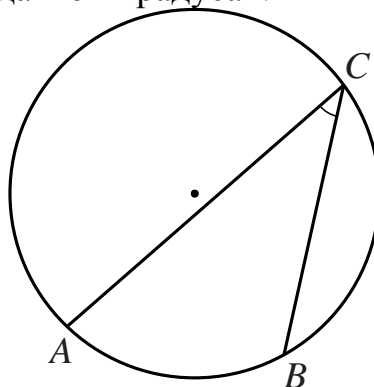
- 4** Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью  $0,7$ , если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью  $0,4$ . На столе лежит  $10$  револьверов, из них только  $5$  пристрелянных. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $(x - 2)^3 = 64$ .

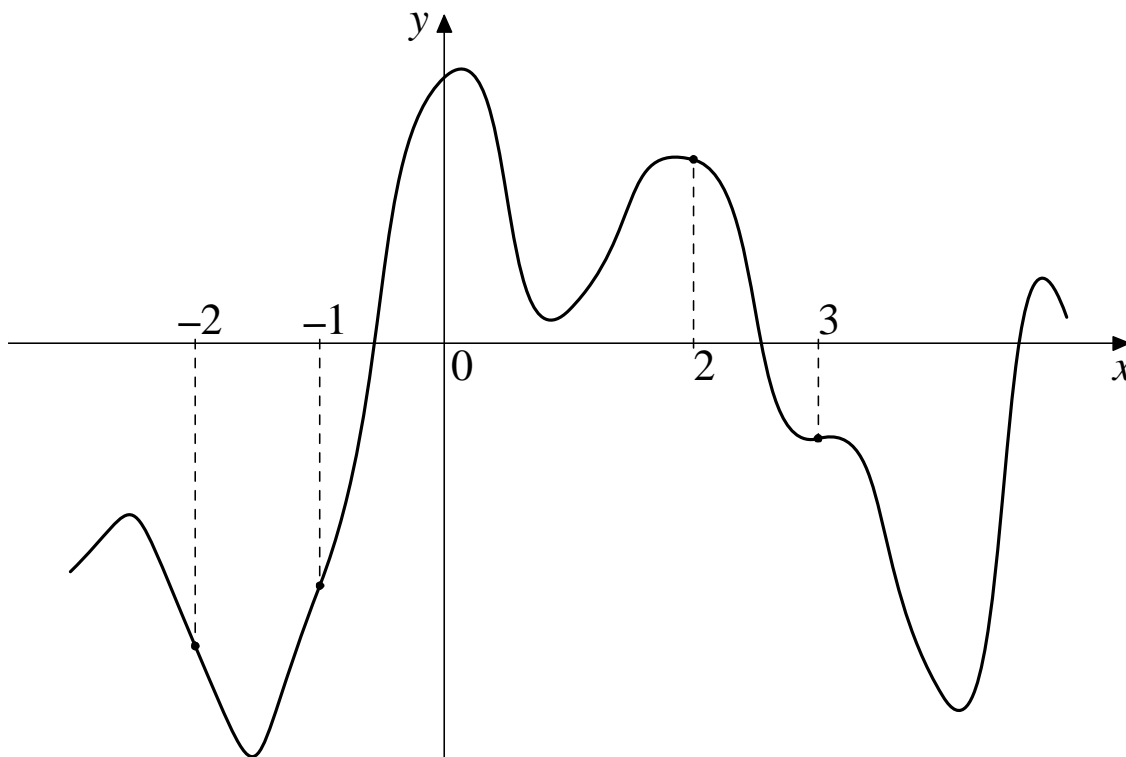
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $\frac{17}{36}$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.



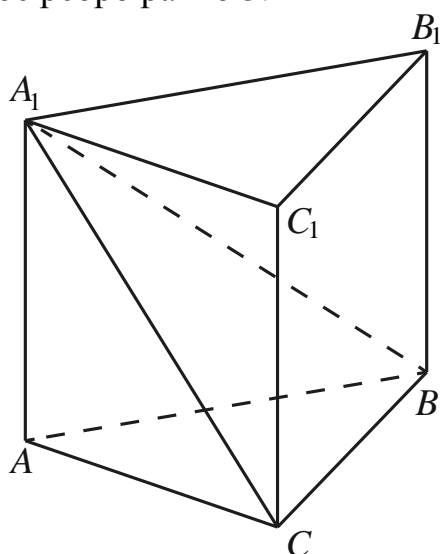
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, -1, 2, 3$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A_1, B_1, B, C, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 3.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9

Найдите  $24\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1V_1^{1,4} = p_2V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях соответственно,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях соответственно. Изначально объём газа равен 156,8 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 195 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите наибольшее значение функции  $x^5 - 5x^3 - 20x$  на отрезке  $[-6; -1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13

а) Решите уравнение  $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7}\sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = \frac{1}{2}$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = \frac{1}{5}$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 18$ .

а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{x^3 + 1}{x + 1} + \frac{3}{x^2 - x + 1} \leq 4$ .

**16** Дана трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружности, построенные на боковых сторонах  $KL$  и  $MN$  как на диаметрах, пересекаются в точках  $A$  и  $B$ .

а) Докажите, что средняя линия трапеции лежит на серединном перпендикуляре к отрезку  $AB$ .

б) Найдите  $AB$ , если известно, что боковые стороны трапеции равны 26 и 28, а средняя линия трапеции равна 15.

**17** По вкладу «А» банк в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает эту сумму на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наибольшее натуральное число процентов, начисленное за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад будет менее выгоден, чем вклад «А».

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y+4)^2 - 17 \right) \left( (2x+7)^2 + (2y-9)^2 \right) \leq 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Ваня играет в игру. В начале игры на доске написано два различных натуральных числа от 1 до 9999. За один ход игры Ваня должен решить квадратное уравнение  $x^2 - px + q = 0$ , где  $p$  и  $q$  — взятые в выбранном Ваней порядке два числа, написанные к началу этого хода на доске, и, если это уравнение имеет два различных натуральных корня, заменить два числа на доске на эти корни. Если же это уравнение не имеет двух различных натуральных корней, Ваня не может сделать ход и игра прекращается.

а) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать не менее двух ходов?

б) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать десять ходов?

в) Какое наибольшее число ходов может сделать Ваня при этих условиях?

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

11 февраля 2016 года

Вариант МА00310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

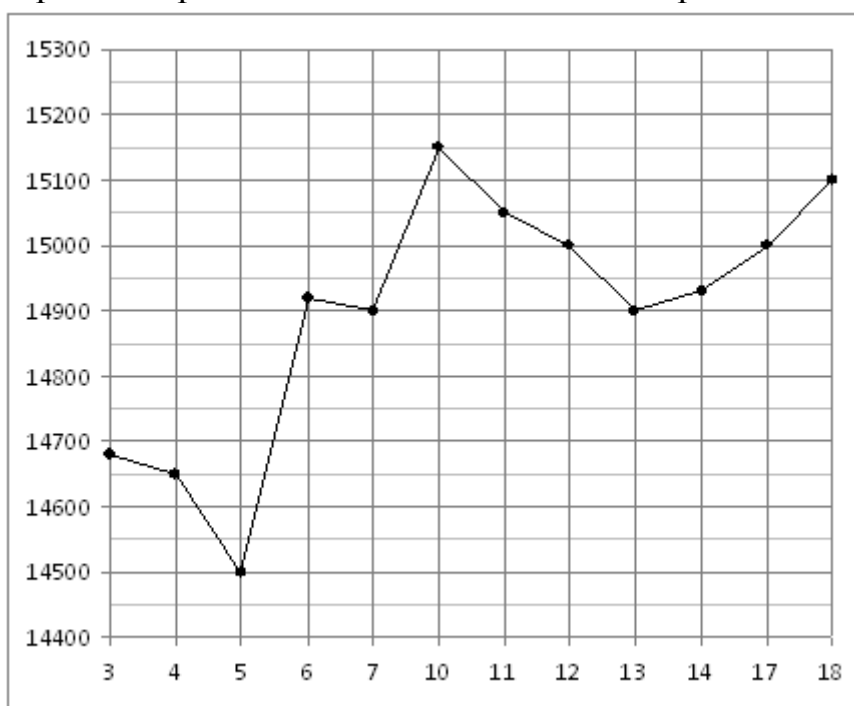
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** На счету Жениного мобильного телефона было 63 рубля, а после разговора с Серёжей осталось 48 рублей. Сколько минут длился разговор с Серёжей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: \_\_\_\_\_.

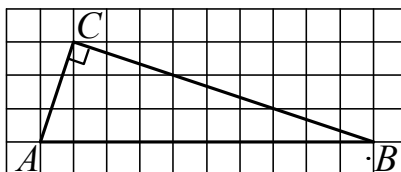
- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена олова на момент закрытия торгов была больше 14 950 долларов США за тонну.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник  $ABC$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

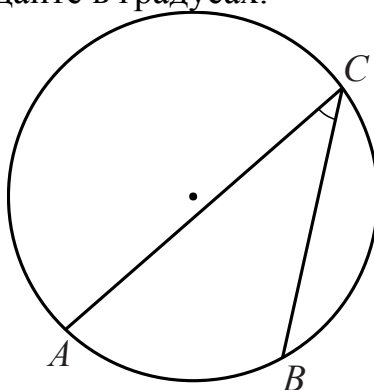
- 4 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью  $0,8$ , если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью  $0,3$ . На столе лежит  $10$  револьверов, из них только  $3$  пристрелянных. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x + 9)^3 = 125$ .

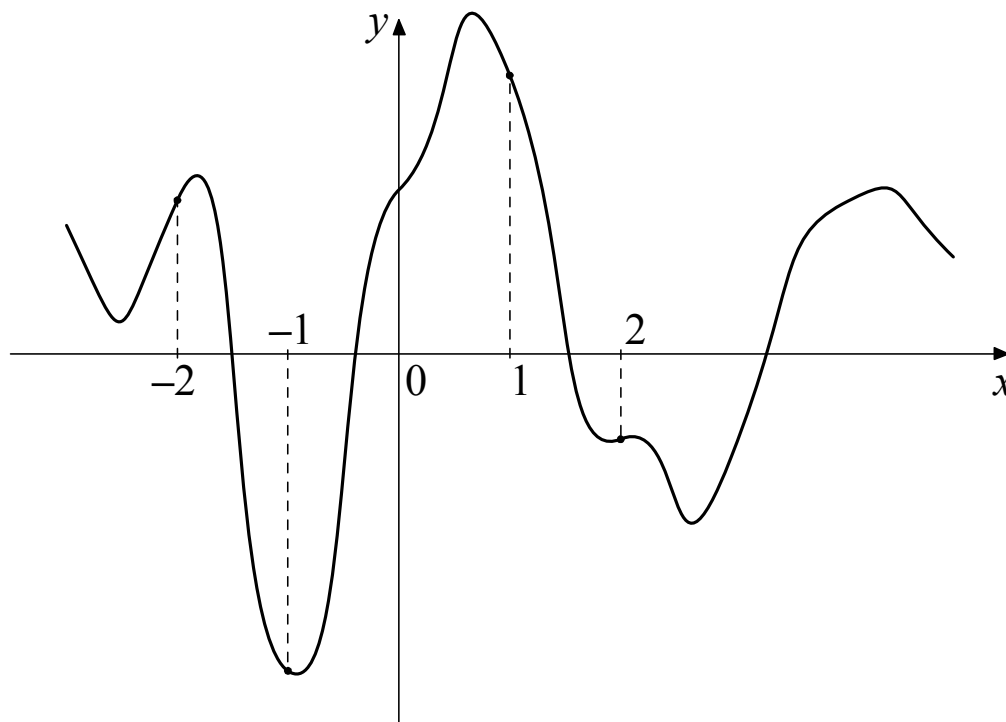
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $\frac{5}{18}$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.



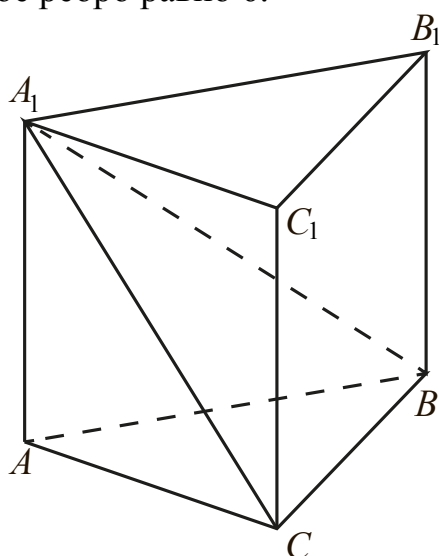
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A_1, B_1, B, C, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 6.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

9 Найдите  $49 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях соответственно,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях соответственно. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 60 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $x^5 + 20x^3 - 65x$  на отрезке  $[-3; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13 а) Решите уравнение  $\frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{\sqrt{-5 \sin x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**14** На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = \frac{2}{3}$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = \frac{1}{4}$ , а точка  $T$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ .

- а) Докажите, что плоскость  $EFT$  проходит через вершину  $D_1$ .  
 б) Найдите угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $AA_1 B_1$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x + 1} + \frac{4}{x^2 - 2x + 1} \leq 5$ .

**16** Дана трапеция  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ . Окружности, построенные на боковых сторонах  $KL$  и  $MN$  как на диаметрах, пересекаются в точках  $A$  и  $B$ .

- а) Докажите, что средняя линия трапеции лежит на серединном перпендикуляре к отрезку  $AB$ .  
 б) Найдите  $AB$ , если известно, что боковые стороны трапеции равны 14 и 30, а средняя линия трапеции равна 20.

**17** По вкладу «А» банк в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает эту сумму на 25 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наибольшее натуральное число процентов, начисленное за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад будет менее выгоден, чем вклад «А».

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x+3)^2 + (y+4)^2 - 17 \right) \left( (2x-5)^2 + (2y-17)^2 \right) \leq 0, \\ -ax + y = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Ваня играет в игру. В начале игры на доске написано два различных натуральных числа от 1 до 9999. За один ход игры Ваня должен решить квадратное уравнение  $x^2 - px + q = 0$ , где  $p$  и  $q$  — взятые в выбранном Ваней порядке два числа, написанные к началу этого хода на доске, и, если это уравнение имеет два различных натуральных корня, заменить два числа на доске на эти корни. Если же это уравнение не имеет двух различных натуральных корней, Ваня не может сделать ход и игра прекращается.

- а) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать не менее трёх ходов?  
 б) Существуют ли такие два числа, начиная играть с которыми Ваня сможет сделать десять ходов?  
 в) Какое наибольшее число ходов может сделать Ваня при этих условиях?